

数学科学習指導案

大阪市立天下茶屋中学校

授業者 恩田 征季

1. 日時 令和5年10月11日(水) 5限

2. 学年・組 1年1組

3. 場所 大阪市立佃中学校 音楽室

4. 単元 6章「空間図形」

5. 単元目標

- (1) 空間図形の基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 図形の構成要素や構成の仕方に着目し、図形の性質や関係を直観的に捉え論理的に考察する力を養う。
- (3) 空間図形について、数学的活動の楽しさや数学のよさに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って検討しようとする態度、多面的に捉え考えようとする態度を養う。

6. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①空間における直線や平面の位置関係を理解している。 ②扇形の弧の長さや面積、基本的な柱体や錐体、球の表面積と体積を求めることができる。	①空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものと捉えたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を見いだしたりすることができる。 ②立体図形の表面積や体積の求め方を考察し表現することができる。	①空間図形の必要性和意味を考えようとしている。 ②空間図形について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③平面図形を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

7. 指導計画

	小単元等	授業時数	
1 節 立体と空間図形	いろいろな立体	4 時間	全 13 時間
	空間内の平面と直線	2 時間	
	立体の構成	2 時間	
2 節 立体の体積と表面積	立体の体積	2 時間	
	立体の表面積	2 時間	
	章のまとめ	1 時間	

8. 指導にあたって

(1) 単元観

小学校算数科では、立方体、直方体、角柱、円柱を取り扱い、それらの見取図や展開図をかくことなどを通して立体図形についての理解を深めている。中学校数学科では、小学校算数科で取り扱っていた立体図形を空間における線や面の一部を組み合わせた空間図形として扱うことに留意する。また、図形の性質や関係を直観的に捉え論理的に考察する力を養うためには本時のように立体模型を作成することや ICT を活用した授業展開を行うことで生徒の見方・考え方を働かせた授業展開が必要であると考えられる。なお、錐体については中学校で初めて取り扱う単元となるので、底面や側面など基本的な事項にも留意する必要がある。

(2) 指導観

中学校数学科で取り扱う空間図形は、抽象化された直線や平面の位置関係を考察するなど、イメージすることが難しい生徒がいると考えられる。そのため、語句を教えるだけでなく、その語句が表すものを模型や ICT を活用して具体化することが必要となる。そのため、小学校での既習事項（立方体、直方体、角柱、円柱）に関しても、いくつかの平面で囲まれてできた立体であることを、言語化させるなどして理解を図ることが大切である。そのため、本時の 1 時間目には空間図形の基礎的な事項を抑えるとともに数学的用語を用いた生徒との対話的な活動を取り入れて実践を行った。本時においては生徒数学的用語を用いた主体的・対話的で深い学びを実現させるとともに、全国学力・学習状況調査の結果から必要な指導法となっている数学的な見方・考え方のサイクルを働かせた授業展開を行っていく。

9. 本時（3 時間分）の指導

(1) 本時の目標

円錐の側面であるおうぎ形の中心角を、効率的に求めることができる。

(2) 評価基準

- ・円錐の展開図で、側面になるおうぎ形の中心角を求めることができる。【知識・技能】
- ・円錐の展開図で、側面になるおうぎ形の中心角を求める方法を考え、説明することができる。【思考・判断・表現】
- ・空間図形を平面上に表現して、平面上の表現から空間図形の性質を見いだそうとしている。【主体的に学習に取り組む態度】

(3) 授業展開（3 時間分）

	学習活動	指導上の留意点
導入	<p>(1 時間目)</p> <p>〔思い出してみよう〕</p> <p>○知っている立体の名前をあげ、立体とはどんな形のことであるかを確認する。</p> <div><p>【生徒の反応】</p><p>角柱（四角柱，五角柱，…），立方体，直方体，円柱，球，</p></div>	<p>◇生徒に発問を行いながら，立体模型を提示して思い出させる。</p>

展開	<p>【やってみよう】</p> <p>○円柱の展開図，底面・側面の形を確認する。</p> <p>○円錐を知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・名前の確認 ・展開図を各班で予想する。 ・底面，側面の形を考える。 	<p>◇円柱の立体模型を提示する。</p> <p>◇円錐は，初めて扱う立体なので丁寧の説明を行う。 (円柱と円錐の違いにふれながら，特徴を捉えさせる。)</p> <p>◇展開図については，実際に切り開いて確認させる。</p>
まとめ	<p>○側面にあたるおうぎ形を知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・用語，定義をおさえる。 <p>○2時間目の流れを知る。</p> <p>【とんがり帽子をつくろう】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・とんがり帽子をつくるために，円錐の側面にあたるおうぎ形を画用紙で作る。 <div data-bbox="277 1220 948 1379" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><Point></p> <p>円からおうぎ形を切り取るには，おうぎ形の半径の長さと中心角の大きさが必要となる。</p> </div>	<p>◇どのような図形がおうぎ形かを反例をあげて説明する。</p> <p>※本時では空間図形の履修前におうぎ形を履修していないため取り扱っている。</p> <p>◇おうぎ形を作る作業は初めての生徒が多数であることが考えられるので，丁寧に指示を出す。</p> <div data-bbox="991 1162 1422 1357" style="border: 2px dashed black; padding: 10px;"> <p>【生徒への指示】</p> <p>中心角を決め，円に半径2ヶ所を切りましょう。</p> </div>
本時導入	<p>(2時間目)</p> <p>○本時の流れを，前時の振り返りを通して確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・図形の確認(立体の名前，側面の形) 	<p>◇側面にあたるおうぎ形を画用紙で作るには，何が分かればいいのか考えさせる。</p>
展開	<p>ミッション①</p> <p>○設計図1よりとんがり帽子を作る。</p> <div data-bbox="293 1776 932 1910" style="border: 2px dashed black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>設計図1：底面の半径が10 cm，母線の長さが15 cmの円錐</p> </div>	<p>◇円錐の母線と，側面にあたるおうぎ形の半径が等しいことをおさえる。</p>

○展開図より長さの確認をする。

(グループ活動)

円錐の母線の長さと底面の半径の長さから、側面にあたるおうぎ形の中心角の大きさを予想する。

(ホワイトボードで発表)



10度刻みに角度を取った円の画用紙を各グループに配布し、予想した中心角のおうぎ形を作り、丸めセロハンテープでとめ、とんがり帽子を作成する。

○確認アイテム (半径 10 cm の円を切り抜いた画用紙) を用いて、作成したとんがり帽子が設計図通りに作れているか確認する。

- ・帽子が**確認アイテム**より大きい → 中心角が大きい
- ・帽子が**確認アイテム**より小さい → 中心角が小さい
- ・帽子が**確認アイテム**と一致する → 中心角が正しいことに気づく。

○中心角の大きさによって、円錐の形に変化があることを理解する。

中心角が大きい → とんがりがゆるい

中心角が小さい → とんがりがきつい

ミッション②

○設計図 2 よりとんがり帽子を作る。

設計図 2 : 底面の半径が 9 cm, 母線の長さが 18 cm の円錐

○展開図より長さの確認をする。

(グループ活動)

円錐の母線の長さと底面の半径の長さから、側面にあたるおうぎ形の中心角の大きさを予想する。

(ホワイトボードで発表)

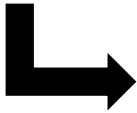


10度刻みに角度を取った円の画用紙を各グループに配布し、予想した中心角のおうぎ形を作り、丸めセロハンテープでとめ、とんがり帽子を作成する。

◇確認アイテムを配付し、設計図通りに作れているかを確認させ、設計図通りでない場合、中心角の設定がどのように間違えているかを考えさせる。

◇〔確認〕より母線の長さ、底面の半径、中心角の3点を抑える。

	<p>○確認アイテム（半径 9 cm の円を切り抜いた画用紙）を用いて、作成したとんがり帽子が設計図通りに作れているか確認する。</p> <p>ミッション③</p> <p>○設計図 3 よりとんがり帽子を作成するのに必要な中心角を、画用紙を使わず予想する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>設計図 3：底面の半径が 9 cm，母線の長さが 27 cm の円錐</p> </div> <p>○展開図より長さの確認をする。 （グループ活動）</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>円錐の母線の長さと底面の半径の長さから，側面にあたるおうぎ形の中心角の大きさを予想する。 （ホワイトボードで発表）</p> </div>	<p>◇確認アイテムを配付し，設計図通りに作れているかを確認させ，母線の長さ，底面の半径，中心角の 3 点を抑える。</p>
まとめ	<p>○予想した中心角の考え方を発表する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px;"> <p>【予想される生徒の考え】</p> <p>①母線の長さを何倍すれば底面の半径と等しくなるかを考え，360° にその倍数したものが，おうぎ形の中心角と一致する。</p> <p>②（中心角）$= 360 \times \frac{(\text{底面の半径})}{(\text{母線の長さ})}$</p> </div> <p>○予想した考えが成り立つというためには一般化して説明する必要があることを確認する。</p>	<p>◇今回は画用紙で作った模型は利用せず，長さからおうぎ形の中心角を求める方法を考えさせる。</p> <p>◇ミッション①，②から中心角を考えるように促す。</p> <p>◇〔確認〕より母線の長さ，底面の半径，中心角の 3 点を抑える。</p> <p>◇次回，母線の長さ，底面の半径，中心角の 3 つの関係がどのような場合でも成り立つのかを考えることを一般化して考えることを伝える。</p>
導入	<p>（3 時間目）</p> <p>○前時のミッション①，②，③の母線の長さ，底面の半径，中心角の確認をする。</p>	<p>◇母線の長さを何倍すれば底面の半径と等しくなるかもおさえておく。</p>

展開	<p>○文字を利用して，母線の長さ，底面の半径，中心角の3つの関係を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・円錐の底面の半径がa，母線の長さがbする。 ・おうぎ形を含む円の円周：$2\pi b$ ・おうぎ形の弧の長さ：$2\pi a$ ・1つの円では，おうぎ形の弧の長さは，中心角に比例するので <div data-bbox="352 551 1311 678" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> $\frac{(\text{中心角})}{360^\circ} = \frac{(\text{おうぎ形の弧の長さ})}{(\text{おうぎ形を含む円の円周})} = \frac{2\pi a}{2\pi b} = \frac{a}{b} = \frac{(\text{底面の半径})}{(\text{母線の長さ})}$ </div> <div data-bbox="517 692 654 804" style="text-align: center; margin: 10px auto;">  </div> <div data-bbox="715 721 1286 837" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> $(\text{中心角}) = 360^\circ \times \frac{(\text{底面の半径})}{(\text{母線の長さ})}$ </div>	<p>◇文字の計算となり，抽象化されてしまうので，文字や式が表しているものを確認しながら式変形を行う。</p> <p>◇文字の約分は未履修のため，数を用いた例により，約分できることを説明する。</p>
まとめ	<p>○例題，チャレンジ課題を行う。</p> <p>○円錐の母線，底面の半径，側面のおうぎ形の中心角の3つの関係から，3つの値のうち，2つの値が分かっていたら，もう1つの値も求められることに気づく。</p>	<p>◇例題，チャレンジ問題を通して，新たな気づきを生み出すように発問を行う中で，本時をまとめる。</p>