

# 数学科学習指導案

大阪市立友渕中学校

和家祥一

1. 日 時 令和5年10月11日（水）5限 13:50～14:40

2. 学 級 大阪市立佃中学校 3年2組 35名

3. 場 所 大阪市立佃中学校 本館2階 3年2組教室

4. 単 元 関数  $y = ax^2$

5. 単元目標

関数  $y = ax^2$  について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるようとする。

## 【知識及び技能】

- ・関数  $y = ax^2$  について理解すること。
- ・事象の中には関数  $y = ax^2$  として捉えられるものがあることを知ること。
- ・いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること。

## 【思考力、判断力、表現力等】

- ・関数  $y = ax^2$  として捉えられる2つの数量について、変化や対応の特徴を見いだし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現すること。
- ・関数  $y = ax^2$  を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

6. 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"><li>・関数 <math>y = ax^2</math> について理解している。</li><li>・事象の中には関数 <math>y = ax^2</math> として捉えられるものがあることを知っている。</li><li>・いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>・関数 <math>y = ax^2</math> として捉えられる2つの数量について、変化や対応の特徴を見いだし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。</li><li>・関数 <math>y = ax^2</math> を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>・関数 <math>y = ax^2</math> のよさを実感して粘り強く考え、関数 <math>y = ax^2</math> について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、関数 <math>y = ax^2</math> を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。</li></ul>

7. 指導計画

章	節	授業時間数	
4. 関数 $y = ax^2$	1. 関数とグラフ	7時間	16時間
	2. 関数 $y = ax^2$ の値の変化	4時間	
	3. いろいろな事象と関数	3時間 (3/3 本時)	
	章末の問題	2時間	

8. 生徒の学習活動及び重点、評価方法等

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・ボールが斜面をころがる場面で、ボールがころがり始めてからの時間と距離の関係について調べ、これまでに学んだ関数との違いを理解できるようにする。	知		
2	・ $y = ax^2$ で表される関数について、その特徴を理解できるようとする。 ・ $y$ は $x$ の2乗に比例するという見方ができるようになる。	知		
3	・与えられた条件（ $x$ と $y$ の関係）から $y = ax^2$ の式を求めるこどるようになる。	知	○	知：小テスト
4	・関数 $y = ax^2$ について、表からグラフに表し、その特徴を見いだし表現することができるようになる。	知		
5	・関数 $y = ax^2$ について、 $a$ の値とそのグラフとの関係を見いだし表現できるようになる。	知		
6	・関数 $y = ax^2$ のグラフについて、 $a$ の値によって、グラフの特徴を把握し、判断することができるようになる。	思 態	○	思：行動観察 態：ノート記述
7				
8	・ボールを斜めに放り投げたときに、ボールの高さや間隔に着目し、その運動について理解することができるようになる。 ・関数 $y = ax^2$ の $y$ の値の増減について、グラフを通して調べることができるようになる。	知		
9	・ $a > 0$ のときの関数 $y = ax^2$ の増減について調べたことをもとに、 $a < 0$ の場合の $y$ の値の増減について理解できるようになる。 ・ $x$ の変域に制限があるときの $y$ の変域を求めることができるようにする。	知		
10	・関数 $y = ax^2$ の変化の割合についてグラフの形状と関連づけながら理解することができるようになる。 ・平均の速さについて求めることができるようにする。	思	○	思：ノート記述
11	・一次関数 $y = ax + b$ と関数 $y = ax^2$ についてくらべ、それぞれの特徴を捉え、まとめることができるようにする。	知	○	知：小テスト
12	・自動車の制動距離について、速さと制動距離の関係を調べ、理解することができるようにする	思		

	・身のまわりの場面から問題を設定し、関数 $y = ax^2$ を利用して問題を解決することができるようになる。			
13	・関数 $y = ax^2$ と関わりの深い身のまわりの事象について、関数を利用して解決することができるようになる。 ・関数 $y = ax^2$ を利用して、図形の移動による面積の変化のようすを表や式、グラフで捉えることができるようになる。	思		思：行動観察
14	・身のまわりにあるいろいろな関数について、式や表、グラフなどで捉えるができるようになる。	知	○	知：ノート記述
15	・単元全体を振り返って、関数 $y = ax^2$ における表、式、グラフの相互関係や、関数を利用した問題解決を実感することができるようになる。	態	○	態：ノート記述
16	・関数を扱った問題の解決に取り組み、関数の単元全体の学習内容について理解を深めることができるようになる。	思		

## 9. 教材観

これまで第1学年では、比例、反比例を学習し、第2学年では、一次関数を学習している。いずれにおいても、2つの数量の間にある関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフなどを相互に関連付け、考察する力を高めてきている。

第3学年では、この学習の上に、具体的な事象における2つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について考察する。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。そして、これらの学習を通して、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができるようになる。

また、日常の事象や社会の事象には既習の関数では捉えられない関数関係があることを知り、これらのことから、関数の概念を改めて実感できるようにし、中学校における関数についての学習内容を一望するとともに、後の学習の素地となるようにする。

## 10. 生徒観

生徒は、比例、反比例、一次関数と2年間関数の学習を深めてきているが、事象の中からともなって変わる2つの数量の関係を把握することに困難を感じることが多い。とりわけ、関数を単なるグラフの描画の問題、変域や変化の割合といった数量を求めるための式の操作の問題として捉えていることが多い。つまり、事象の中から変化していく数量関係というものを捉えるための3つの表現様式（表、式、グラフ）の取り扱いが生徒にとって困難であり、ともなって変わる数量関係の把握する道具として十分に機能していない現状がある。

## 11. 指導観

これまで同様、観察などによって取り出した2つの数量関係について、事象を理想化したり単純化したりすることによって、それらの関係を関数関係とみなし、改めて事象を捉え直したり、説明したりする機会を設ける必要がある。

そして、着目した関数関係において、その特徴を表、式、グラフなど、相互に関連付けながら考察していくためには、具体的な対象を扱いつつも、数学的な表現を用いて他者に説明するような場面を意図的に設けることが必要である。その際には、表、式、グラフの適切な選択、及び自己の表現方法を他者の表現方法と比較しながら、事象の考察を深める機会を設ける必要がある。

## 12. 本時の目標

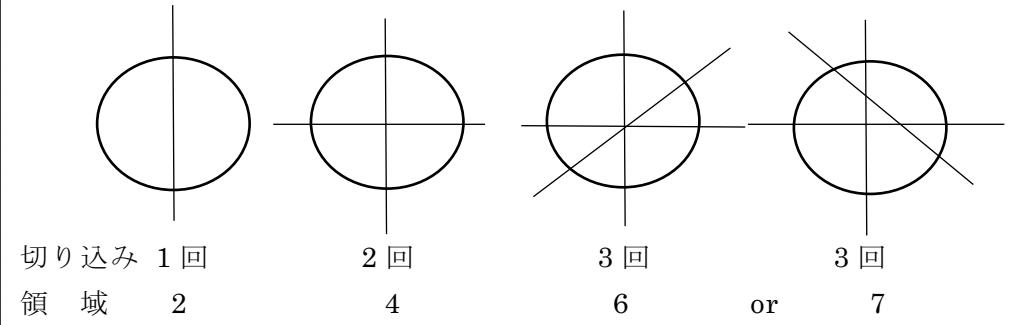
具体的な課題の理想化、単純化を通して、課題を平面分割の問題として捉えなおしていく。そして、直線と領域の数の関係に着目し、関数関係にあること、及びその関係について表や式を通じて考察を深めていく。また、式からそのグラフが既習の関数  $y = ax^2$  のグラフと類似していることを確認する。

## 13. 本時の展開

過程	学習活動	指導上の留意点
導入	<p>課題：お楽しみ会が行われています。 50人の子どもたちが集まっています。 特大ピザを切り分けて、みんなで食べようと思 います。 10回の切り込みで50人分切り分けることができるでしょうか？</p>	
展開	<ul style="list-style-type: none"><li>・課題の内容を理解し、予想する。</li><li>・切り分けることができる。</li><li>・切り分けることができない。</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>・予想した根拠について確認す る。</li></ul>

問題：1つの円があります。  
直線で切り分けられる領域（平面部分）の数が最大になるようにし  
ます。10本の直線で、最大いくつの領域（平面部分）に分けられる  
でしょう？

- |                                                                                        |                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>問題の意味を理解する。</li> <li>実際に直線を引きながら数える。</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>領域（平面部分）が最大になることについて確認させる。</li> <li>相談しながら取り組ませる。</li> </ul> |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|



- 最多的の領域は、切り込みの回数にともなって変化していることに気づく。
- 表にして考える。

切り込み	0	1	2	3	…
領 域	1	2	4	7	…

- 切り込みが 4、5…の時を考える。

- 切り込みが 1 増加するときの領域の増加に着目して考える。

- 切り込みが 10 の場合について求める。
  - 順に表を完成させながら求めていく。
  - 切り込みが 10 の場合、最大 56 の領域ができる。
- 最大の領域の数と切り込みの回数の関係を式にできないか考える。

- 切り込み回数と領域の数の間に関数関係があることを確認する。
- 表から変化する数量に焦点化させる。

#### 【知識・技能】

- いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。（観察）

- 図と表を関連させながら、変化の様子を調べさせる。

- 帰納的に考えて、結論をだせるようにする。

- 帰納的な考え方から、一般化を図る。

切り込む回数を  $x$ 、最大の領域の数を  $y$  とすると、

$$y = \frac{x(x+1)}{2} + 1 \quad (y = \frac{x^2+x+2}{2})$$

と表すことができる。

まとめ	<ul style="list-style-type: none"> <li>・関数 <math>y = \frac{x(x+1)}{2} + 1</math> (<math>y = \frac{x^2+x+2}{2}</math>) のグラフがどうなるかについて予想する。</li>   <li>・表示されたグラフから、関数 <math>y = ax^2</math> のグラフが移動していることに気づく。</li>   <li>・振り返りをおこなう。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・具体的な問題解決を通じて、関数関係にある数量について表や式の考察を行い、式からグラフが既習の関数 <math>y = ax^2</math> のグラフに類似していることを予想させる。</li> <li>・GeoGebra を用いて、グラフを表示する。</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>【主体的に学習に取り組む態度】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・関数 <math>y = ax^2</math>について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。(記述)</li> </ul>
-----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### 【ご講評】

資料「ワークシート」

数学科学習ノート

年 組 番 名前( )

課題：お楽しみ会が行われています。

50人の子どもたちが集まっています。

特大ピザを切り分けて、みんなで食べようと思  
います。



10回の切り込みで50人分切り分けることができるでしょうか？

(振り返り)

次の質問について、あてはまるものを1つ選んで○をつけてください。

今日の学習内容の理解は深まりましたか。  A 大変深かった  B 深かったです  C 深まらなかった  D 全然深まらなかった

今日の授業に主体的(自ら進んで)に参加できましたか。  A よく参加できた  B 参加できなかった  C 全然参加できなかった

(振り返り)

次の質問について、あてはまるものを1つ選んで○をつけてください。

今日の学習内容の理解は深まりましたか。  A 大変深かった  B 深かったです  C 深まらなかった  D 全然深まらなかった

今日の授業に主体的(自ら進んで)に参加できましたか。  A よく参加できた  B 参加できなかった  C 全然参加できなかった