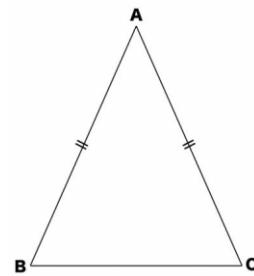


数学科における「説明・証明」の能力の育成

奈良教育大学 近藤 裕

○二等辺三角形の底角定理の証明(中2)

- 教科書: 頂角の二等分線を引き, …
- ある中2生の記述
- ある教科書の練習問題
- ある大学生の記述
- 瀬山士郎先生(元群馬大学)の指摘
- 「図形の論証の理解」について考えるための観点
 - 中村幸四郎, 寺阪英孝, 伊藤俊太郎, 池田美恵. (1971). ユークリッド原論. 共立出版.
 - 小関熙純編. (1987). 図形の論証指導. 明治図書.
 - 國宗進. (2017). 数学教育における論証の理解とその学習指導. 東洋館.



○「対話」の方法/言語能力の基盤/局所的組織化

- 「論証性」は, ギリシャ以来今日までを貫く数学の本性である(中村, 1978). その始まりにあった理論的数学の発達は, ギリシャの都市国家における民主的な政治形態のもとでの「対話の相手にあることを認めさせ, それを前提として結論を導く」というギリシャ弁証論の発達とともにあった(中村他, 1971, 上掲書).
(中村幸四郎. (1978). ユークリッド原論の背景. 玉川大学出版部.)
- 数学教育における証明の学習は, 子どもの言語能力の基盤を形成する(國宗, 2017, 上掲書).
- 局所的組織化 (Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.)

○子どもの発達を△, ○, ◎でとらえて高める: 小1の「説明」の事例

「□にあてはまる数字を書きましょう. () に理由を書きましょう.」
10-15-□-□-30-□-40

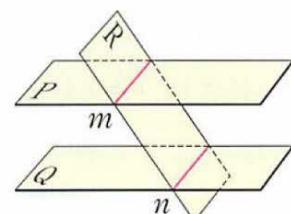
(大宅香織, 近藤裕. (2016). 子どもが見いだし説明する過程を重視した算数の授業:「説明の能力」の高まりを意識した学習指導: 小学1年生の「説明」の特徴と指導. 日本数学教育学会誌第98回大会特集号, 185.)

○改良するには, まず測れ 'to improve something, first measure it'

- 「測るという決定だけでも, 何を測るべきか, つまり進歩とは何なのかについて, 一定のコンセンサスを成立させる必要があるので, 方向性と優先課題を決めるために役立つ.」
(UNICEF. (2007). *An overview of child well-being in rich countries*. 3.)

○高める: 説明の「相手意識」の醸成

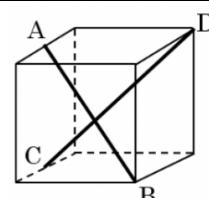
- 自分の納得, 友達の納得, 敵の納得
(J. Mason, L. Burton, K. Stacey. (2010). *Thinking Mathematically*. Addison Wesley; 2nd edition.)



○「証明」は大切である. が…

右の立方体の見取り図で, 点A, Cはいずれも辺の中点, 点B, Dはいずれも頂点です. この見取り図で表される実際の立方体において, 線分ABと線分CDは交わりますか, 交わりませんか. また, その理由を説明しなさい.

【交わる・交わらない】(あてはまるものに○をつけなさい)
その理由 (※理由の記述欄は省略)



(近藤裕, 熊倉啓之, 藤田太郎, 宮脇真一, 國宗進. (2023). 空間図形の問題に関する中学生の説明の特徴: 空間における2線分の位置関係に関する説明の分析. 日本数学教育学会誌数学教育, 105(9), 2-10.)

○子どもの「説明」の能力の発達をとらえる調査：小5から中3に対して（角度の問題）

- ・ 以下は、「55°(正答)」を判断した小6の解答例

<p>ア</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周の上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは何度ですか。下の()に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、(55°)です。</p> <p>＜理由＞</p> $\begin{array}{r} 55 \\ - 70 \\ \hline 110 \end{array}$	<p>イ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周の上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは一度ですか。下の()に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、(55°)です。</p> <p>＜理由＞ 三つの三角形の角の大きさを合計すると、180°になりますから、イの角を出すために、$180 - 70 = 110$ ので、そこから、イの角を出すために、$110 \div 2 = 55$ です。</p>
<p>ウ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周の上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは一度ですか。下の()に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、(55°)です。</p> <p>＜理由＞ イとウの角の大きさは同じだと思います。180 - 70 をして、答えが 110 だと求められます。角の大きさが同じなのを 2 で割ります。割ると 55 だと求められます。</p>	<p>エ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周の上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは一度ですか。下の()に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、(55°)です。</p> <p>＜理由＞ 三角形の三つの角の大きさを合計すると、180°になりますから、イの角を出すために、$180 - 70 = 110$ ので、そこから、イの角を出すために、$110 \div 2 = 55$ です。</p>
<p>オ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周の上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは一度ですか。下の()に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、(55°)です。</p> <p>＜理由＞ 三角形アイウは二等辺三角形なので、 イ、ウの角度は同じになる。 アの角が70°だったときには、 $180 - 70 = 110$ (度) (イウの合計の角度) $110 \div 2 = 55$ (度) (イウ、それぞれの角度) という計算になり、答えは55度となる。</p>	<p>オ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周の上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは一度ですか。下の()に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、(55°)です。</p> <p>＜理由＞ 点アは円の中心とかかれているので、 直線アイと直線ウアはどちらもこの円の半径だとされる。 1つの円の半径はどちらも同じ長さになるので、 三角形アイウは二等辺三角形といえ、 その場合、角イと角ウの大きさは等しくなる。 $(180 - 70) \div 2 = 55$ となるので、答えは55°</p>

(近藤裕. (2022). 算数・数学科における「説明・証明」の能力に関する研究：2つの問題に対する小学校高学年児童の記述の特徴や傾向の比較. 日本数学教育学会誌算数教育, 104(12), 2-12.)

王道はない 本、仲間、研修会を通して、皆で考えていきましょう！