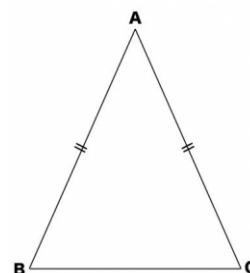


数学科における「説明・証明」の能力の育成

奈良教育大学 近藤 裕

○二等辺三角形の底角定理の証明(中2)

- ・ 教科書：頂角の二等分線を引き，…
- ・ ある中2生の記述
- ・ ある教科書の練習問題
- ・ ある大学生の記述
- ・ 瀬山士郎先生(元群馬大学)の指摘



- ・ 「図形の論証の理解」について考えるための観点
 - 中村幸四郎，寺阪英孝，伊藤俊太郎，池田美恵.(1971). ユークリッド原論. 共立出版.
 - 小関熙純編.(1987). 図形の論証指導. 明治図書.
 - 國宗進.(2017). 数学教育における論証の理解とその学習指導. 東洋館.

○「対話」の方法/言語能力の基盤/局所的組織化

- ・ 「論証性」は，ギリシャ以来今日までを貫く数学の本性である(中村，1978). その始まりにあった理論的数学の発達には，ギリシャの都市国家における民主的な政治形態のもとでの「対話の相手にあることを認めさせ，それを前提として結論を導く」というギリシャ弁証論の発達とともにあった(中村他，1971，上掲書).
(中村幸四郎.(1978). ユークリッド原論の背景. 玉川大学出版部.)
- ・ 数学教育における証明の学習は，子どもの言語能力の基盤を形成する(國宗，2017，上掲書).
- ・ 局所的組織化 (Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.)

○子どもの発達を△，○，◎でとらえて高める：小1の「説明」の事例

「□にあてはまる数字を書きましょう。()に理由を書きましょう。」
 $10 - 15 - \square - \square - 30 - \square - 40$

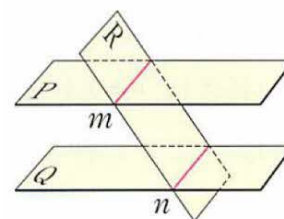
(大宅香織，近藤裕.(2016). 子どもが見だし説明する過程を重視した算数の授業：「説明の能力」の高まりを意識した学習指導：小学1年生の「説明」の特徴と指導. 日本数学教育学会誌第98回大会特集号，185.)

○改良するには，まず測れ ‘to improve something, first measure it’

- ・ 「測るという決定だけでも，何を測るべきか，つまり進歩とは何なのかについて，一定のコンセンサスを成立させる必要があるので，方向性と優先課題を決めるために役立つ。」
(UNICEF. (2007). *An overview of child well-being in rich countries*. 3.)

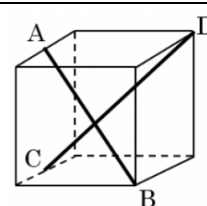
○高める：説明の「相手意識」の醸成

- ・ 自分の納得，友達の納得，敵の納得
(J Mason, L. Burton, K. Stacey. (2010). *Thinking Mathematically*. Addison Wesley; 2nd edition.)



○「証明」は大切である。が…

右の立方体の見取図で，点 A，C はいずれも辺の中点，点 B，D はいずれも頂点です。この見取図で表される実際の立方体において，線分 AB と線分 CD は交わりますか，交わりませんか。また，その理由を説明しなさい。



【交わる ・ 交わらない】(あてはまるものに○をつけなさい)
 その理由（※理由の記述欄は省略）

(近藤裕，熊倉啓之，藤田太郎，宮脇真一，國宗進.(2023). 空間図形の問題に関する中学生の説明の特徴：空間における2線分の位置関係に関する説明の分析. 日本数学教育学会誌数学教育，105(9)，2-10.)

○子どもの「説明」の能力の発達をとらえる調査：小5から中3に対して（角度の問題）

- ・ 以下は、「55°(正答)」を判断した小6の解答例

<p>ア</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは何度ですか。下の（ ）に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、（55度）です。</p> <p><理由></p> $\begin{array}{r} 180 \\ - 70 \\ \hline 110 \\ \div 2 \\ \hline 55 \end{array}$	<p>イ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは何度ですか。下の（ ）に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、（55°）です。</p> <p><理由></p> <p>三つの三角形の角の大きさは、180で。180-70=110 110÷2=55 になったから。</p>
<p>ウ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは何度ですか。下の（ ）に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、（55°）です。</p> <p><理由></p> <p>イとウの角の大きさは同じだと思うので、まず180-70をして答えが110だと求められます。角の大きさが同じなので2で割ります。割ると55だと求められます。</p>	<p>エ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは何度ですか。下の（ ）に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、（55°）です。</p> <p><理由></p> <p>三角形の三つの角の大きさを合計すると、180°になる。そこで、イの角を出すためには、まず、180-70=110°で、この三角形は、おそらく、二等辺三角形だと思われるので、二つの角は、同じ角にならなければいけません。そのうちの1つを出すためには、110÷2=55°で、イの角は55°になると思います。</p>
<p>オ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは何度ですか。下の（ ）に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、（55度）です。</p> <p><理由></p> <p>三角形アイウは二等辺三角形なので、イ、ウの角度は同じになる。 アの角が70°だったときには、 180-70=110(度)(イ、ウの合計の角度) 110÷2=55(度)(イ、ウそれぞれの角度) という計算になり、答えは55度となる。</p>	<p>カ</p> <p>※このプリントの問題は、ものさしや分度器を使わないで考えましょう。</p> <p>【角の大きさの問題】 右の図で、点アは円の中心で、点イと点ウは円周上の点です。 この図のアの角の大きさが70°のとき、イの角の大きさは何度ですか。下の（ ）に答えをかきましょう。 また、それが正しい理由を説明しましょう。</p> <p>イの角の大きさは、（55°）です。</p> <p><理由></p> <p>点アは円の中心だから、アイとアウは、この円の半径だから、アイとアウは、同じ長さになる。この円の半径は、どれも同じ長さになる。三角形アイウは二等辺三角形といえ、その場合、角イと角ウの大きさは等しくなる。 (180-70)÷2=55°となるので、答えは55°</p>

（近藤裕. (2022). 算数・数学科における「説明・証明」の能力に関する研究：2つの問題に対する小学校高学年児童の記述の特徴や傾向の比較. 日本数学教育学会誌算数教育, 104(12), 2-12.)

王道はない 本、仲間、研修会を通して、皆で考えていきましょう！